

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – gennaio 2024**



**Domanda 1 (punti 3, 6\*\*).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = x \cdot \log\left(\frac{x+1}{x+4}\right)$$

Dominio	$E = (-\infty, -4) \cup (-1, +\infty)$
Positività	$P = (-1, 0)$
Intersezioni	$A(0;0)$

**Domanda 2 (punti 3, 6\*\*).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2 + 2x + 1} - \sqrt{3x^2 - 4x - 2})$  e  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^{x^4-1} \cdot x + 1}{x^3 + x^2}$

Soluzioni	$\sqrt{3}; \quad 5$
-----------	---------------------

**Domanda 3 (punti 3, 6\*\*).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = x^2 \cdot e^{x^2-5x+4}$

Derivata prima	$f' = e^{x^2-5x+4} \cdot x \cdot (2x^2 - 5x + 2) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(0;0) \quad M(1/2; e^{7/4}/4) \quad m(2; 4e^{-2})$ cresce in $(0, 1/2) \cup (2, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 3, 6\*\*).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \log(x^2 + 4x + 5)$

Derivata prima	$f' = \frac{2(x+2)}{x^2 + 4x + 5} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = -\frac{2(x^2 + 4x + 3)}{(x^2 + 4x + 5)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3; \log 2); F_2(-1; \log 2)$ convessa in $(-3, -1)$

**Domanda 5 (punti 2, 6\*\*).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{3x^4 - 5x^3 + 2x + 4}{(x-2) \cdot (x^2-1)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}$
As. verticali	$x = -1, \quad x = 1 \quad \text{e} \quad x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3x + 1$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 6 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^2 \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{\frac{x}{2}} dx$$

Integrale definito	primitiva: $x + 6\sqrt{x} + 18 \log \sqrt{x}-3 $ $2\left(3\sqrt{2} + 1 - 9 \log(3) + 9 \log(3 - \sqrt{2})\right) \approx -0,9903$
Integrale indefinito	$-2e^{\frac{x}{2}} \cdot (x^2 + 4x + 8) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x - y + 2z = 1 \\ 3x + k \cdot y + 4z = 3 \\ x + k \cdot y + 3z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -1$ : indeterminato $k = 5$ incompatibile $k \neq -1; 5$ : sol. unica
Soluzioni	$k \neq -1; 5$ : $x = \frac{1}{5-k}; y = \frac{1}{5-k}; z = \frac{3-k}{5-k}$ $k = -1$ : $x = \frac{1-z}{2}; y = \frac{5z-3}{2}; z \in \mathbb{R}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 + 3x \cdot y + x + y^2 - y + 3$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 2x + y = 2$ .

Derivate parziali	$f_x = 2x + 3y + 1 \quad f_y = 3x + 2y - 1$
Estremi liberi	$S(1; -1) \quad z = 4 \quad H = -5$
Estremi vincolati	$M(1/2; 1) \quad \lambda = 5/2 \quad z = 21/4$ $H = 2$

**Domande teoriche.**

- 1) Le discontinuità di seconda specie e legame con gli asintoti verticali (punti 2, 4\*)
- 2) Il teorema di De L'Hospital con esempio (punti 2, 4\*)
- 3) Definizione di primitiva e integrale indefinito (punti 2, 4\*)

Punteggi solo II parte contrassegnati con \* (solo I parte con \*\*).